

# EL PÉNDULO SIMPLE:

## DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD



“Un día mientras *GALILEO GALILEI* oía misa en la catedral de Pisa, se quedó abstraído observando una lámpara que se había puesto en movimiento por el sirviente que había encendido las velas. Las sucesivas oscilaciones iban siendo cada vez más cortas conforme la lámpara iba llegando lentamente al reposo. “Es que el tiempo de oscilación va siendo también más corto?”, se preguntó Galileo. Como no tenía reloj –no había sido inventado todavía- Galileo decidió medir el tiempo de las sucesivas oscilaciones por medio de su propio pulso. Y, probablemente con gran sorpresa, descubrió que aunque las oscilaciones eran cada vez más cortas, el tiempo de su duración era exactamente el mismo. Al volver a su casa repitió el experimento con una piedra atada a una cuerda y encontró el mismo resultado. Así mismo descubrió que, para una longitud dada de la cuerda, el periodo de oscilación era el mismo, usase una piedra pesada o una piedra ligera en el experimento. De este modo el aparato familiar conocido como un péndulo vino a la existencia. Teniendo todavía un pie en la profesión médica, Galileo invirtió el proceso de su descubrimiento y sugirió el uso de un péndulo de longitud dada para medir los latidos del pulso de los pacientes.” (Gamow, George, “Biografía de la Física.)

### (A) FUNDAMENTO

Se denomina **péndulo simple** (o péndulo matemático) a un punto material suspendido de un hilo inextensible y sin peso, que puede oscilar en torno a una posición de equilibrio. Un péndulo matemático no tiene existencia real, ya que los puntos materiales y los hilos sin masa son entes abstractos. En la práctica: “**se considera un péndulo simple un cuerpo de reducidas dimensiones suspendido de un hilo inextensible y de masa despreciable comparada con la del cuerpo**”. En el laboratorio emplearemos como péndulo simple una esfera metálica suspendida de un fino hilo.

El péndulo matemático describe un movimiento armónico simple en torno a su posición de equilibrio, y su periodo de oscilación alrededor de dicha posición está dado por la ecuación siguiente:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

siendo

**L**: longitud del péndulo.

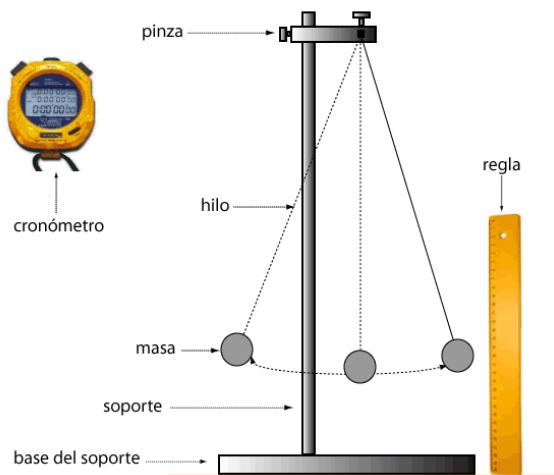
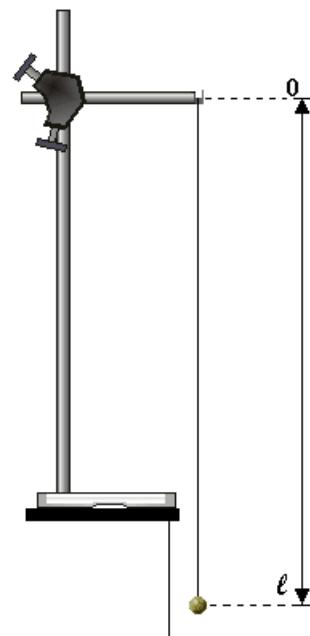
**g**: aceleración de la gravedad local.

**T**: periodo del movimiento para pequeñas oscilaciones.

Despejando **g** obtenemos:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (2)$$

Utilizando esta expresión se puede calcular el valor de **g** sin más que determinar, para un péndulo dado, la longitud y el periodo. Para obtener mayor precisión, se suelen medir los periodos correspondientes a varias longitudes de péndulo.



## (B) PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL (Primera parte)

Monta un péndulo con la máxima longitud posible. La longitud **L** del péndulo es la distancia entre el eje de oscilación y el centro de masas de la bola. Es decir, la suma de la longitud de hilo (**h**) y el radio de la bola (**r**). La longitud del hilo se mide con un flexómetro y el radio de la bola se obtiene midiendo el diámetro con el **calibre**.



Para iniciar el experimento se separa el péndulo de la posición vertical un ángulo pequeño (menor de 10º) y dejarlo oscilar libremente, teniendo cuidado de verificar que la oscilación se produce en un plano vertical.

Cuando se esté seguro de que las oscilaciones son **regulares** (después de 2 ó 3 oscilaciones), se pone en marcha el cronómetro y se cuentan N oscilaciones completas a partir de la máxima separación del equilibrio (se aconseja tomar N = 10, bien entendido que una oscilación completa dura el tiempo de ida y vuelta hasta la posición donde se tomó el origen de tiempos). El periodo del péndulo es igual al tiempo medido dividido por N.

Se repite la medida anterior un total de **cinco veces** con el mismo péndulo.

$\alpha$ (º)	$\ell$ (m)	t (s)	T (s)	$g$ (m/s <sup>2</sup> )
$g_m =$				

Después se realizarán diferentes medidas variando la longitud del péndulo (6 diferentes).

### (C) TRATAMIENTO DE DATOS

El periodo se obtiene a partir de la media de los valores del periodo obtenidos de las medidas de tiempo. Seguidamente, empleando el valor de la longitud del péndulo, se calcula la aceleración de la gravedad a partir de:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Calcular el **error absoluto** cometido en la medida, y dar el valor de **g** con su correspondiente error.



#### (D) PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL (Segunda parte)

Se repite de nuevo el proceso para distintas longitudes del péndulo acortando cada vez unos 10 cm su longitud, es necesario medir la longitud de nuevo. Haz la determinación de periodos para 6 longitudes. Se anotan las longitudes y se miden tiempos, como en la primera parte.

$\ell$ (m)	t (s)	T (s)	$T^2$ (s <sup>2</sup> )

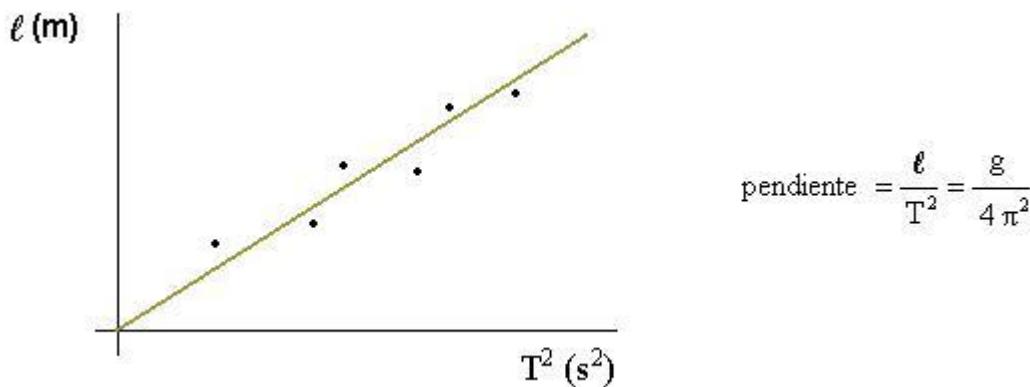
#### (E) TRATAMIENTO DE DATOS (Segunda parte)

##### Tratamiento gráfico

Representamos los datos en una gráfica, en papel milimetrado,  $L$  en función de  $T^2$ , con la **longitud** en ordenadas y los **cuadrados de los períodos**, en abscisas. Se traza la recta que mejor aproxime los seis puntos experimentales y se mide la **pendiente** de dicha recta. Como se ha representado,

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2$$

del valor de tal pendiente se obtiene un valor para la aceleración de la gravedad.



Si lo deseas puedes realizar los ajustes de forma rápida y sencilla pasando los valores experimentales de  $L$ ,  $T$ , y  $T^2$  a la hoja de cálculo **Microsoft Excel**.

## AJUSTE DE RECTAS POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

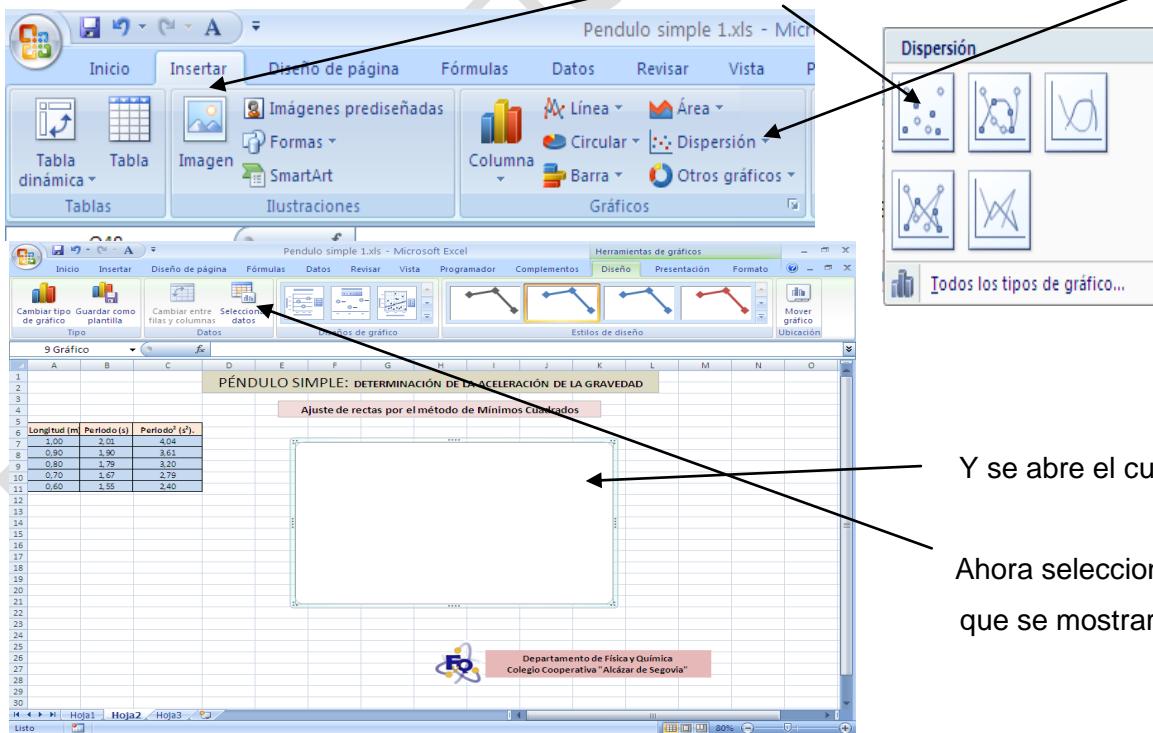
El método de **mínimos cuadrados** nos permite obtener la recta que de forma más aproximada determinan el conjunto de puntos experimentales que tenemos.

La hoja de cálculo Microsoft Excel realiza ajustes lineales de una forma rápida y sencilla. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Una vez abierta la hoja de cálculo introducimos en la primera columna los valores de la variable independiente (longitud) y en la segunda columna los de la variable dependiente (periodo<sup>2</sup>), esto es, los valores de  $x$  en la primera y los valores de  $y$  en la segunda columna, seleccionamos todas las celdas, este será el aspecto de nuestra hoja:

PÉNDULO SIMPLE: DETERMINACIÓN DE LA ACERELACIÓN DE LA GRAVEDAD		
Ajuste de rectas por el método de Mínimos Cuadrados		
Longitud (m)	Período (s)	Período <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )
1.00	2.01	4.04
0.90	1.90	3.61
0.80	1.79	3.20
0.70	1.67	2.79
0.60	1.55	2.40

- Abrimos el asistente para gráficos en la pestaña **Insertar**, y pulsamos en la etiqueta **Dispersión** nos aparece el cuadro de diálogo de las dispersiones y clickeamos en:



Y se abre el cuadro de gráficos.

Ahora seleccionamos los datos que se mostrarán en el gráfico.

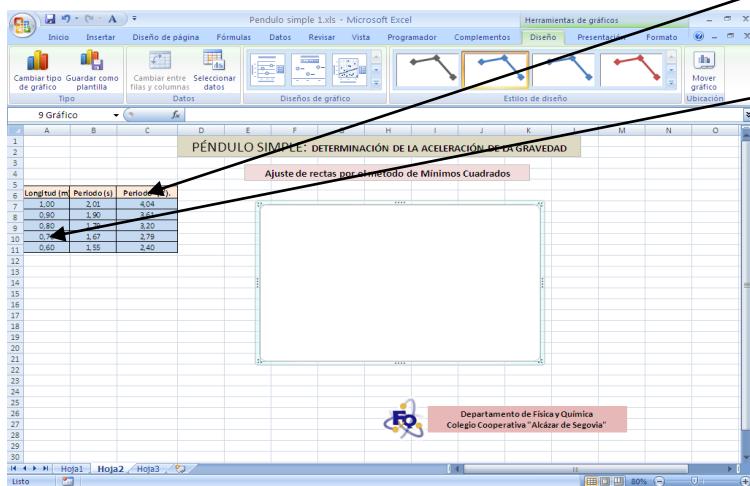
(3) Se abre el cuadro de diálogo del origen de los datos. Pulsamos en **Agregar**:



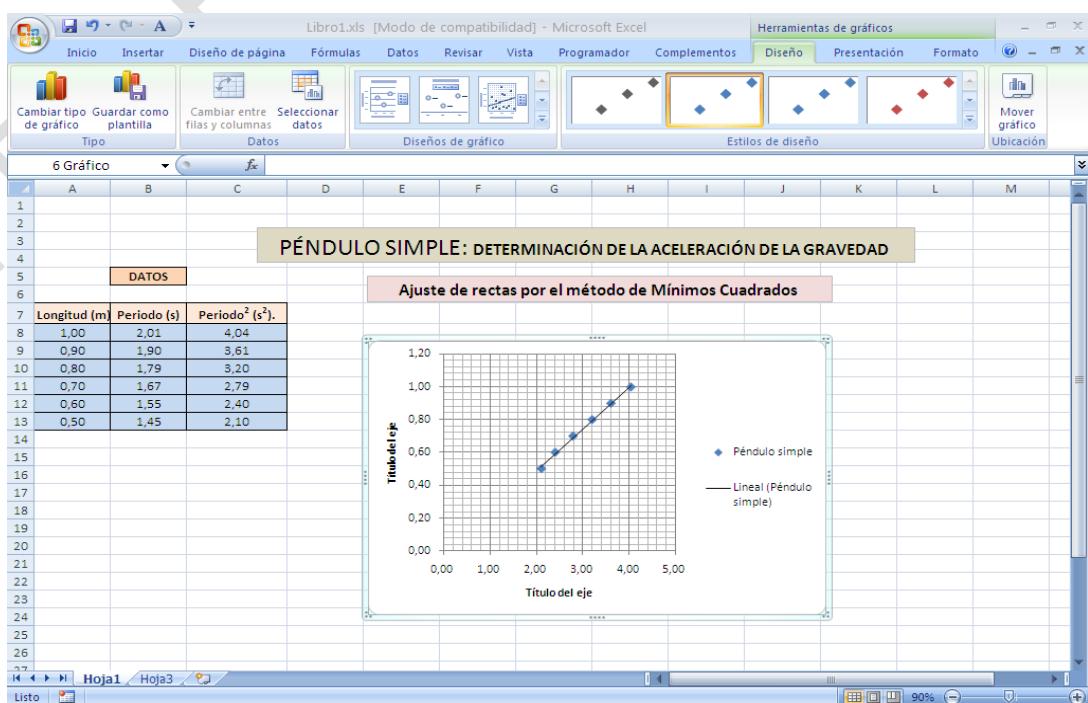
Nombre de la gráfica (péndulo simple)

Valores del eje X (señalar)

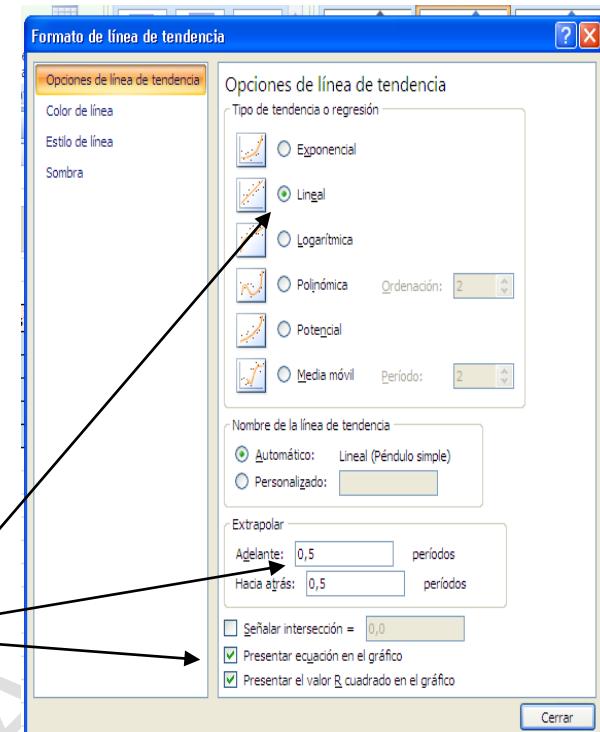
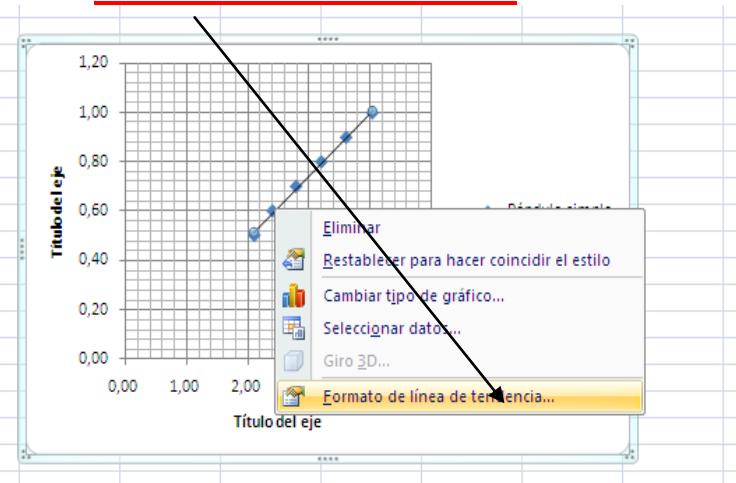
Valores del eje Y (señalar)



Aparece la gráfica.



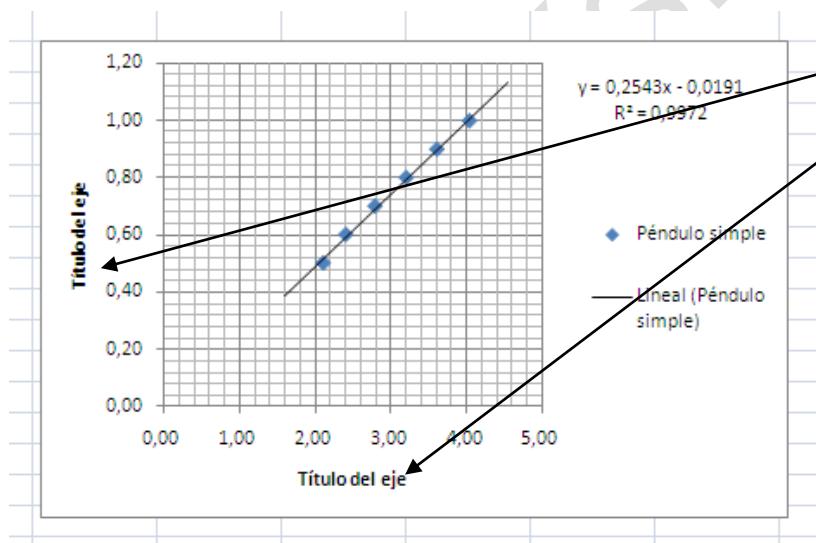
- (4) Una vez se tienen los puntos dispuestos en el plano XY, vamos a buscar la recta de ajuste, para ello nos colocamos con el ratón sobre uno de ellos y presionamos el **botón derecho**, hacemos click en **Formato de línea de tendencia**:



Aparece el siguiente cuadro de diálogo:

Marcar

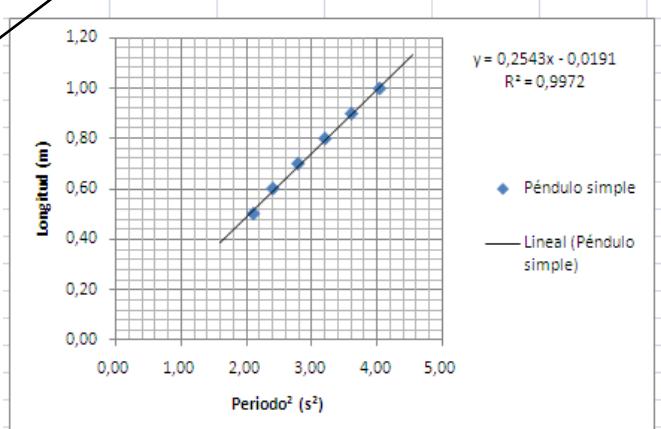
Y aparecerá la recta de regresión y su ecuación.

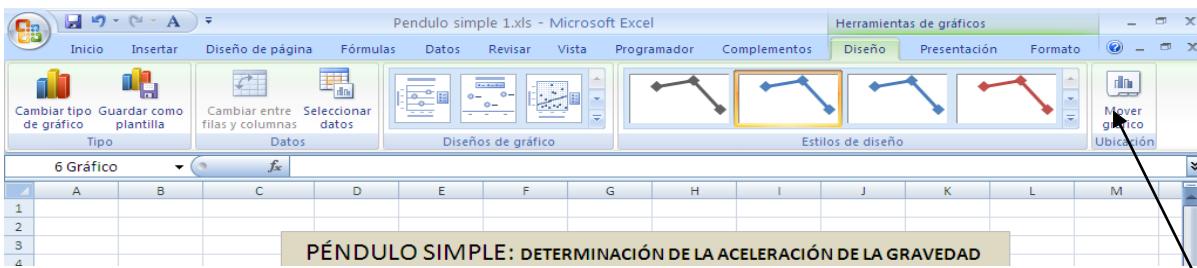


$$y = 0,2543x - 0,0191$$

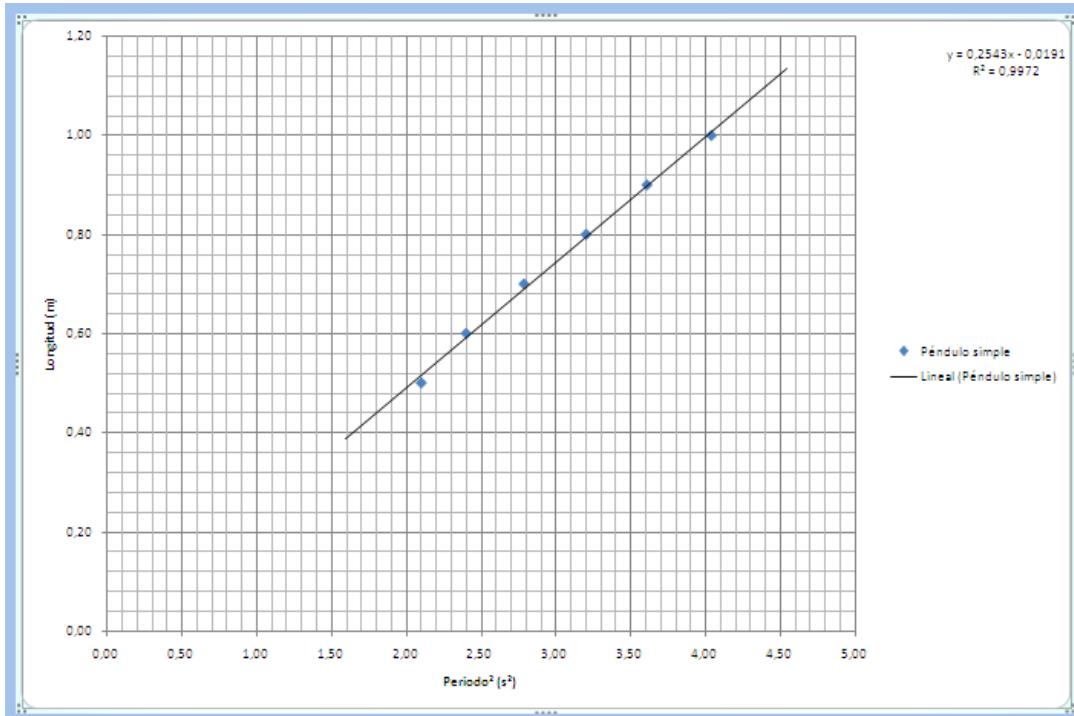
$$R^2 = 0,9972$$

Solo queda poner títulos a los ejes.





- (5) Este será el aspecto de nuestro gráfico (eligiendo **En una hoja nueva** en la pestaña **Mover Gráfico**):



### CUESTIONES:

- 1) Realiza un diagrama de las fuerzas que actúan cuando un péndulo simple es desviado de la vertical.
- 2) ¿Cómo se determinaría la aceleración de la gravedad en el aula, si disponemos de un cronómetro y un péndulo de longitud conocida?
- 3) Determina el período de oscilación, en la Luna, de un péndulo que, en la Tierra, realiza 15 oscilaciones en 30 s. Dato: La aceleración de la gravedad en la Luna es la sexta parte que en la Tierra.
- 4) Si un reloj de péndulo adelanta. ¿Se debe disminuir o aumentar la longitud del péndulo para corregir la desviación? Razona la respuesta.
- 5) ¿Qué le sucede al período de un péndulo cuando éste se traslada a un lugar donde la gravedad es mayor?



- 6) Razona como se conseguiría que un péndulo dado tenga una frecuencia 5 veces mayor que la que tiene actualmente.
- 7) Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones para un péndulo simple:
- Cuando aumenta la amplitud, la frecuencia no varía.
  - El período del péndulo es independiente de la masa.
  - El período de un péndulo de longitud dada varía según su posición geográfica.
  - La frecuencia es inversamente proporcional a la longitud del péndulo.
- 8) Dos péndulos de diferente longitud oscilan en el mismo lugar. La longitud del primero es la mitad que la del segundo. La relación de los períodos es: (demuéstralos).
- a)  $T_2 = 2 T_1$
  - b)  $T_2 = 4 T_1$
  - c)  $T_2 = T_1 / \sqrt{2}$
  - d)  $T_2 = T_1 \cdot \sqrt{2}$
- 9) En 1851 León Foucault, físico francés nacido en París en 1819, realiza uno de los experimentos más espectaculares de la historia de la Ciencia. Puedes explicar en que consistió.
- 10) ¿Qué es un Péndulo Compuesto?
- 11) Busca información acerca de la unidad de medida denominada “gal”.