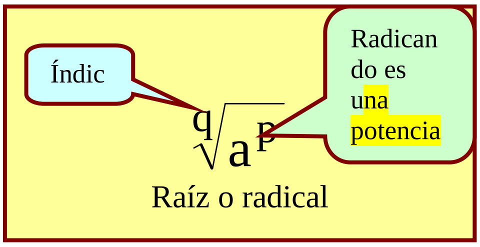
Raíces.

☑ Potencia de base racional y exponente racional.

- ✓ **Son aquellas en las que el exponente es una fracción**, se las denomina también raíces o **radicales**.
- ✓ **Tener siempre presente la siguiente relación**: $\boxed{a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}}$
- ✓ Así pues $\sqrt{2} = 2^{1/2}$, $\sqrt[3]{5} = 5^{1/3}$, etc. ...
- ✓ Al igual que con las potencias de exponente entero $\boxed{\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$, y de igual modo $\boxed{\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}}$

☑ Conceptos:

- ✓ **La notación es muy similar a la de la potencia**, salvo que ahora en lugar de exponente tenemos **índice**, que es el denominador del exponente, y **radicando**, que puede ser una potencia o un número, si es una potencia el exponente de la misma es el numerador del exponente total.
- ✓ **Por definición** $\boxed{\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n}$, es decir la raíz n-ésima de un número es otro número que elevado a la potencia del índice nos da el radicando.
- ✓ **Radicales semejantes** son aquellos que tienen **igual índice y radicando**, solo difieren en el coeficiente de fuera de la raíz.
- ✓ **Propiedades:**
  - ➢ Las mismas de antes, pero **hay una serie de operaciones que conviene revisar con detenimiento**, como son:



  - ➢ $\boxed{\left(\sqrt[p]{a}\right)^p = \sqrt[p]{a^p} = a^{p/p} = a \Rightarrow}$ la potencia p-ésima de la raíz p-ésima de un número es igual al propio número, es decir, **la raíz p-ésima y la potencia p-ésima son operaciones recíprocas la una de la otra**.
  - ➢ $\boxed{\left(\sqrt{a^n \cdot b^m}\right)^p = \left(a^{\frac{n}{q}} \cdot b^{\frac{m}{q}}\right)^p = a^{\frac{n\cdot p}{q}} \cdot b^{\frac{m\cdot p}{q}} = \sqrt[q]{a^{n\cdot p} \cdot b^{m\cdot p}}}$, dicho de otro modo, **la potencia de una raíz es igual a la raíz de las potencias del radicando**.
  - ➢ $\boxed{\sqrt[np]{a^p} = a^{\frac{p}{np}} = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$, **propiedad de simplificación**, cuando el índice de la raíz y el exponente del radicando poseen algún factor común podemos simplificar éste reduciendo el orden de la raíz, así:

- $\sqrt[10]{a^{15} \cdot b^{25} \cdot x^5} = \sqrt{a^3 \cdot b^5 \cdot x}$, es decir, dividimos todo, índice y exponentes, por el M.C.D. de todos ellos.

  - ➢ **Extracción de factores de una raíz: cuando el exponente del radicando es mayor o igual que el índice de la raíz** se pueden extraer fuera de ésta los factores que resulten de la división entera entre el exponente y el índice de la raíz, así:

- $\sqrt[3]{16x^5}=\sqrt[3]{2^4x^5}\Rightarrow 2x\cdot\sqrt[3]{2x^2}$
- $\sqrt[3]{a^{17}}=a^5\cdot\sqrt[3]{a^2}$
- **Introducción de factores dentro de una raíz:** **para introducir factores dentro de una raíz basta con elevar éstos al índice de la raíz** y realizar luego la multiplicación por el radicando que había, así:
  - $a\cdot\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{a^3\cdot a}=\sqrt[3]{a^4}$
  - $2x\cdot\sqrt[5]{4x}=\sqrt[5]{2^5x^5 2^2 x}=\sqrt[5]{2^7x^6}$
  - $8x^2\cdot\sqrt[3]{12x^2}=\sqrt[3]{(2^3x^2)^3\cdot 2^2\cdot 3\cdot x^2}=\sqrt[3]{2^9\cdot x^6\cdot 2^2\cdot 3\cdot x^2}=\sqrt[3]{2^{11}\cdot 3\cdot x^8}$

- **Las dos propiedades anteriores se deducen fácilmente de la relación existente entre raíz y potencia de exponente fraccionario**, ya que:
  - $\sqrt[3]{16x^5}=\sqrt[3]{2^4x^5}=(2^4x^5)^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{4}{3}}x^{\frac{5}{3}}=2^{1+\frac{1}{3}}x^{1+\frac{2}{3}}=2\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot x\cdot x^{\frac{2}{3}}=2x\cdot(2x^2)^{\frac{1}{3}}==2x\cdot\sqrt[3]{2x^2}$
  - $a\cdot\sqrt[3]{a}=a\cdot a^{\frac{1}{3}}=a^{1+\frac{1}{3}}=a^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{a^4}$
- **OBSERVACIÓN:** **siempre que haya dudas** para operar con radicales, **transformar** éstos **en potencias de exponente fraccionario** y aplicar las propiedades de las potencias.

☑ Operaciones con radicales:

✓ Multiplicación y división de radicales:

- **Si tienen índices iguales o comunes**, se multiplican o dividen entre sí los radicandos, así:
  - $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2\cdot 3\cdot 5}=\sqrt{30}$, ya que $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}=(2\cdot 3\cdot 5)^{\frac{1}{2}}=30^{\frac{1}{2}}=\sqrt{30}$.
  - $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2\cdot\cancel{3}\cdot 5}{\cancel{3}}}=\sqrt{10}$, ya que $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot(3\cdot 5)^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}=\left(\frac{2\cdot\cancel{3}\cdot 5}{\cancel{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=(2\cdot 5)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$
- **Si tienen índices distintos hay que reducirlos primero a común índice**, de igual modo en que se reducen fracciones a común denominador, solo que ahora el m.c.m. de los índices será el índice común y habrá que elevar los radicandos al cociente entre el índice común y el índice de la raíz de origen, así:
  - $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[6]{18}=\sqrt[6]{3^3\cdot(2^2)^2\cdot(3^2\cdot 2)}=\sqrt[6]{3^3\cdot 2^4\cdot 3^2\cdot 2}=\sqrt[6]{3^5\cdot 2^5}$, ya que

    $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[6]{18}=3^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}\cdot(3^2\cdot 2)^{\frac{1}{6}}\Rightarrow$ reducimos todos los exponentes fraccionarios a común denominador y las fracciones equivalentes las ponemos como nuevos exponentes, de este modo nos queda, $3^{\frac{3}{6}}\cdot 2^{\frac{4}{6}}\cdot 3^{\frac{2}{6}}\cdot 2^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}}\cdot 2^{\frac{4}{6}+\frac{1}{6}}=3^{\frac{5}{6}}\cdot 2^{\frac{5}{6}}=(2^5\cdot 3^5)^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{2^5\cdot 3^5}$
  - $\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{3^3}}=\sqrt[6]{\frac{(2^2)^2}{(3^3)^3}}=\sqrt[6]{\frac{2^4}{3^9}}$, ya que, por lo mismo de antes tenemos que

    $\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{3^3}}=\frac{2^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{3}{2}}}=\frac{2^{\frac{4}{6}}}{3^{\frac{9}{6}}}=\left(\frac{2^4}{3^9}\right)^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{\frac{2^4}{3^9}}$.

✓ Suma y resta de radicales:

- **Si son todos radicales semejantes** se suman y restan los coeficientes entre sí, así:

- $3\cdot\sqrt{7}-2\cdot\sqrt{7}-5\cdot\sqrt{7}+12\cdot\sqrt{7}=(3-2-5+12)\sqrt{7}=8\cdot\sqrt{7}$

➢ **Si no son semejantes** se deja indicada la operación.

➢ **En ocasiones no parecen semejantes**, pero tras una serie de operaciones, sobre todo las de simplificación y extracción de factores fuera de la raíz, **se convierten o transforman en radicales semejantes**, así:

☒ $4\cdot\sqrt{12}-\frac{3}{2}\cdot\sqrt{48}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{27}+\frac{3}{5}\cdot\sqrt{75}=4\cdot\sqrt{2^2\cdot 3}-\frac{3}{2}\cdot\sqrt{2^4\cdot 3}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{3^3}+\frac{3}{5}\cdot\sqrt{5^2\cdot 3}=$

$=4\cdot 2\cdot\sqrt{3}-\frac{3}{\cancel{2}}\cdot 2^{\cancel{2}}\cdot\sqrt{3}+\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\cancel{3}\cdot\sqrt{3}+\frac{3}{\cancel{5}}\cdot\cancel{5}\cdot\sqrt{3}=(8-3+2+3)\sqrt{3}=10\cdot\sqrt{3}$

☒ $\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{2}+\sqrt[4]{4}+\sqrt[6]{8}+\sqrt[4]{64}=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2}}+\sqrt{2}+\sqrt[4]{2^2}+\sqrt[6]{2^3}+\sqrt[4]{2^6}=$

$=\sqrt{\frac{2}{2^2}}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2^3}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}+3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{2}=\left(\frac{1}{2}+3+2\right)\cdot\sqrt{2}=\frac{11}{2}\cdot\sqrt{2}$

☒ **Raíz de una raíz:** $\boxed{\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}}=\sqrt[p\cdot q]{a}}$

➢ **Es otra raíz de índice el producto de los índices y por radicando el común**, ya que:

- $\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}}=\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^{\frac{1}{p}}=a^{\frac{1}{q}\cdot\frac{1}{p}}=a^{\frac{1}{p\cdot q}}=\sqrt[p\cdot q]{a}$

✓ Racionalización de denominadores:

➢ Operar con fracciones siempre nos ha causado ***quebraderos*** de cabeza, sobre todo la suma cuando no tenemos denominadores comunes, si además **hay raíces en el denominador** la cosa parece harto complicada, casi imposible. Si lo que nos causa tanto pavor son las raíces en el denominador, **pues quitémoslas**.

➢ **A la operación que consiste en eliminar o quitar raíces del denominador de una fracción se la conoce como racionalización de denominadores.**

➢ **Si el denominador es una única raíz:**

- Multiplicamos numerador y denominador por una misma raíz de igual índice que la que había pero de radicando tal que el producto de los radicandos de lugar a un nuevo radicando de exponente igual al índice de la raíz, para ello conviene siempre antes de nada simplificar las raíces, si es posible, así:

☒ $\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{3}$

☒ $\frac{2}{\sqrt{2-x}}=\frac{2}{\sqrt{2-x}}\cdot\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}}=\frac{2\cdot\sqrt{2-x}}{\sqrt{(2-x)^2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2-x}}{2-x}$

☒ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3\cdot 3^2}}=\frac{\sqrt[6]{2^3\cdot(3^2)^2}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt[6]{2^3\cdot 3^4}}{3}$

➢ **Si el denominador es un producto de raíces de igual o distinto índice:**

- Si son de igual índice realizamos el producto y después racionalizamos.
- Si son de distinto índice podemos hacer dos cosas:

- ☒ Reducirlas a común índice, realizar el producto y por último racionalizar.
- ☒ Racionalizar directamente cada una por separado.

➢ **Si el denominador es un binomio, es decir, una suma o resta de raíces o de un número con una raíz de índice dos:**

- Multiplicamos numerador y denominador por el binomio conjugado, el cual no es otro que el que se obtiene cambiando el signo a uno de sus términos, así:

  ☒ $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-(1)^2}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$, observa que obtenemos un producto notable, el de la suma por la diferencia de un binomio, y que éste es igual a la diferencia de cuadrados, desapareciendo así la raíz.

  ☒ $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$

  ☒ $\dfrac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}\cdot\dfrac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+\sqrt{10}}{9-5}=\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+\sqrt{10}}{4}$

  ☒ $\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{3}}\cdot\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{(3\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3})^2}{3^2\cdot 2-2^2\cdot 3}=$

  $=\dfrac{9\cdot 2+6\cdot\sqrt{6}+4\cdot 3}{18-12}=\dfrac{30+6\cdot\sqrt{6}}{6}=5+\sqrt{6}$

Actividades de aplicación.

P1.- Calcula, sacando todos los factores que se pueda de dentro de la raíz, dejando el resultado en forma de raíz o de producto de un número entero o racional por una raíz:

a) $\sqrt[3]{8\cdot 27\cdot 64}=$ b) $\sqrt{36}\div\sqrt{4}=$ c) $\sqrt{75}\cdot\sqrt{12}=$

d) $\sqrt{\dfrac{49}{343}}=$ e) $(2\cdot\sqrt[3]{5})^4=$ f) $\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[5]{3^2}\cdot\sqrt[12]{2^{10}\cdot 3^{20}}=$

g) $\sqrt[4]{2^3}\div\sqrt[6]{3^2}=$ h) $\sqrt{\dfrac{49\cdot 36}{169}}=$ i) $\sqrt[3]{2^4\cdot 3^7\cdot 5^4}=$

j) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 5^{23}\div 2^{86}}=$ k) $\sqrt[5]{4\cdot x^3\cdot y^3\cdot z}\cdot\sqrt[3]{x\cdot z^2}\cdot\sqrt[6]{4\cdot x^2\cdot y\cdot z}=$

l) $5\cdot a\cdot\sqrt{a}\cdot a\cdot b\cdot\sqrt[3]{b^2}=$ m) $\sqrt{\sqrt[3]{5}}=$ n) $\sqrt[18]{a^{12}}=$

o) $\sqrt{a^{3/2}}=$ p) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}}}=$ q) $\sqrt{27\cdot a^{1/3}\cdot b^{2/3}}=$

r) $\sqrt[14]{128\cdot x^7\cdot y^{21}}=$ s) $\sqrt{a^{1/5}\cdot\sqrt[3]{a}}=$ t) $\sqrt{\dfrac{12}{5}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{3}{5}}=$

u) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}}=$ v) $\sqrt{\sqrt[4]{8}}=$ w) $\sqrt{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}=$

x) $\left(\sqrt{\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{2}}\right)^3=$ y) $\sqrt{\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt[4]{3\cdot\sqrt{3}}}=$ z) $\dfrac{\sqrt{6}\cdot\sqrt[3]{6}}{\sqrt[4]{12}}=$

P2.- Extrae todos los factores posibles de las siguientes raíces:

a) $\sqrt[6]{\dfrac{2^{20}\cdot 3^{15}}{5^{37}}} =$ b) $\sqrt{\dfrac{360}{450}} =$ c) $\sqrt[5]{\dfrac{2^{8}\cdot 3^{25}}{5^{47}}} =$

d) $\sqrt{5400} =$ e) $\sqrt[3]{5^8\cdot 3^7\cdot 2^{11}} =$ f) $\sqrt[5]{\dfrac{2^{20}\cdot 3^{15}}{5^{35}}} =$

P3.- Realiza paso a paso, extrayendo o introduciendo factores, las siguientes operaciones con raíces:

a) $\sqrt{3a^2+\sqrt{6a^4-\sqrt{25a^8}}} =$ b) $\sqrt{1+\sqrt{3+\sqrt{36}}} =$ c) $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{16}}}} =$

d) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt[4]{4}}} =$ e) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{2}{3}} =$ f) $\dfrac{\sqrt{8}\cdot\sqrt[3]{-16}}{\sqrt[4]{16}} =$

g) $\dfrac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[5]{\dfrac{1}{3}}} =$ h) $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{4}}}}}} =$

i) $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{9}}}}}} =$ j) $\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}} =$

P4.- Realiza las siguientes sumas de raíces, buscando previamente el radical semejante:

a) $2\sqrt{3}+4\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{3} =$ b) $-10\sqrt{7}+9\sqrt{7}-11\sqrt{7}+8\sqrt{7} =$

c) $\sqrt{20}-\sqrt{125}+\sqrt{45} =$ d) $2\sqrt{72}-3\sqrt{8}+\sqrt{50} =$

e) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32} =$ f) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80} =$

g) $3\sqrt{2}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-4\sqrt{2} =$ h) $\sqrt{20}+\sqrt{80}-2\sqrt{45}+\sqrt{5} =$

i) $\sqrt{12}+\sqrt{27}+\sqrt{48}-2\sqrt{75} =$ j) $2\sqrt{40}-\sqrt{250}+\dfrac{1}{3}\sqrt{90}-\dfrac{1}{2}\sqrt{360} =$

k) $\sqrt{50}+\sqrt{128}-\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{288} =$ l) $\sqrt{48}-\sqrt{20}-\sqrt{5}+2\sqrt{80}-\sqrt{12} =$

m) $\dfrac{1}{5}\sqrt{54}-2\sqrt{24}+2\sqrt{\dfrac{6}{25}}+2\sqrt{6} =$ n) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}-2\sqrt{\dfrac{12}{125}}+\sqrt{\dfrac{27}{20}} =$

o) $\sqrt{\dfrac{28}{16}}-\sqrt{\dfrac{63}{25}}+4\sqrt{\dfrac{112}{9}} =$ p) $7\sqrt{54}-3\sqrt{54}+\sqrt{24}-\dfrac{3}{5}\sqrt{150}-\sqrt{6} =$

q) $2\sqrt{12}-\dfrac{4\sqrt{75}}{3}-\sqrt{243}+\dfrac{5\sqrt{48}}{4}+\dfrac{\sqrt{27}}{2} =$ r) $\sqrt{50}-\dfrac{\sqrt{18}}{3}+\dfrac{\sqrt{32}}{5}-\sqrt{72}+\sqrt{2} =$

s) $\dfrac{3}{2}\sqrt{28}-\dfrac{2}{3}\sqrt{63}+\dfrac{1}{10}\sqrt{700}+\dfrac{5}{8}\sqrt{448} =$

P5.- Realiza las siguientes operaciones con raíces, parecen más complicadas, pero no son más difíciles:

a) $5\cdot\sqrt[6]{8}-3\cdot\sqrt[4]{4}-3\cdot\sqrt[10]{32}+\sqrt{\dfrac{1}{8}} =$ b) $\sqrt[3]{54}-2\cdot\sqrt[3]{16} =$

c) $\dfrac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{7^3}\cdot 2^{-3}\cdot 3^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{3^4}\cdot 5^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{-4}\cdot 7^{\frac{1}{2}}} =$ d) $\left(3\cdot\sqrt{6}-4\cdot\sqrt{5}\right)\left(3\cdot\sqrt{6}+4\cdot\sqrt{5}\right) =$

e) $\left(2\cdot\sqrt{35}-\sqrt{140}+2\cdot\sqrt{180}\right)\cdot\sqrt{7} =$ g) $\left(2\cdot\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(2\cdot\sqrt{5}-\sqrt{3}\right) =$

h) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 =$ i) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)^2 =$ j) $\left(3\cdot\sqrt{6}-2\cdot\sqrt{6}+4\cdot\sqrt{6}\right)\cdot\sqrt{6} =$

k) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\sqrt{6}+\sqrt{\dfrac{1}{6}} =$ l) $5\cdot\sqrt[6]{8}-3\cdot\left(\sqrt{4}+\sqrt[10]{32}\right)-8\cdot\sqrt[8]{16}+\sqrt{\dfrac{1}{8}} =$

m) $2\cdot\sqrt{80}+\dfrac{14}{5}\cdot\sqrt{1+\dfrac{1}{49}}-\sqrt{8}-\dfrac{9}{4}\cdot\sqrt{1-\dfrac{1}{81}} =$ n) $2a\sqrt{3}-\sqrt{27a^2}+a\sqrt{12} =$

P6.- Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\dfrac{6}{\sqrt[3]{6}} =$ b) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2^3}} =$ c) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{2^5}} =$ d) $\dfrac{2}{5\cdot\sqrt[5]{5}} =$ e) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$

f) $\sqrt{\dfrac{3}{7}} =$ g) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$ h) $\dfrac{4}{5\cdot\sqrt{2}} =$ i) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\cdot\sqrt{8}} =$ j) $\dfrac{2}{\sqrt[4]{8^3}} =$

k) $\dfrac{1}{2\cdot\sqrt{5}-2} =$ l) $\dfrac{6}{\sqrt{7}-4} =$ m) $\dfrac{2\cdot\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}} =$ n) $\dfrac{4\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}{2+\sqrt{3}} =$

o) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$ p) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2\cdot\sqrt{2}} =$ q) $\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} =$ r) $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} =$

s) $\dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$ t) $\dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} =$ u) $\dfrac{2}{\sqrt{6}-2\cdot\sqrt{3}} =$ v) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{140}-\sqrt{35}} =$

w) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} =$ x) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$ y) $\dfrac{9}{\sqrt{12}-\sqrt{3}} =$